

Exercice 1

1/ $R_{1,1}(4) = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \\ A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \end{array} \right\} = 2$

2/ a/ Puisqu'il existe une seule route allant de A_1 à A_2 ,
Aller de A_1 à A_2 nécessite au moins une étape, et on doit forcément
partir par la seule route sortant de A_1 .

Donc $R_{1,2}(1) = 1$

b/ Dans une étape, en sortant de A_1 , on peut seulement aller
à A_2 . Donc on ne peut pas aller de A_1 à A_1 dans une étape.

Donc, $R_{1,1}(1) = 0$.

c/ $R_{2,1}(1) = 1$ $R_{2,2}(1) = 1$.

3/ a/ $\forall n \in \mathbb{N}$, aller de A_1 à A_1 en $n+1$ étapes revient à faire
le trajet de la ville A_2 à A_1 en n étapes.

De même manière, on peut considérer que le trajet allant de A_1
vers A_2 en n étapes revient à faire le trajet de A_1 en $n+1$ étapes.

Donc $R_{1,1}(n+1) = R_{1,2}(n) = R_{2,1}(n)$.

b/ $R_{2,1}(n+1) = R_{2,1}(n) = R_{2,2}(n)$

$R_{2,2}(n+1) = R$

4/ a/ $D_1 = R_{2,2}(1) = 1$
 $D_2 = R_{2,2}(2) = 2$

$F_1 = R_{1,1}(1) = 0$
 $F_2 = R_{1,1}(2) = 1$

b/

c/ $D_3 = D_2 + D_1 = 2 + 1 = 3$

$D_4 = D_3 + D_2 = 3 + 2 = 5$

$D_5 = D_4 + D_3 = 5 + 3 = 8$

$D_6 = D_5 + D_4 = 8 + 5 = 13$

$D_7 = D_6 + D_5 = 13 + 8 = 21$

$D_8 = D_7 + D_6 = 21 + 13 = 34$

$D_9 = D_8 + D_7 = 34 + 21 = 55$

$D_{10} = D_9 + D_8 = 55 + 34 = 89$

$$\begin{aligned}
 F_3 &= F_1 + F_2 = 0 + 1 = 1 \\
 F_4 &= F_2 + F_3 = 1 + 1 = 2 \\
 F_5 &= F_3 + F_4 = 1 + 2 = 3 \\
 F_6 &= F_4 + F_5 = 2 + 3 = 5 \\
 F_7 &= F_5 + F_6 = 3 + 5 = 8 \\
 F_8 &= F_6 + F_7 = 5 + 8 = 13 \\
 F_9 &= F_7 + F_8 = 8 + 13 = 21
 \end{aligned}$$

$$F_{10} = F_8 + F_9 = 13 + 21 = 34$$

$$\text{Donc } D_{10} = 34, \quad F_{10} = 34$$

$$cl/ \quad F_1 \leftarrow 0$$

$$F_2 \leftarrow 1$$

$$F \leftarrow 0$$

Parcours l'entier à $n-2$:

$$F \leftarrow F_1 + F_2$$

$$F_1 \leftarrow F_2$$

$$F_2 \leftarrow F$$

Ecrire F .

~~Partie B~~

~~1/~~

2/ Se peut faire 342 promenades différentes en 10 étapes
partant de chez moi et rentrant chez moi.
 $\Rightarrow G_{10} = 342$.

Exercice 2

Martin LUV, Quentin HEANG

Faustine DELORME

A. 1. D'après le théorème de Pythagore.

$$O_1 O_2^2 = O_1 H^2 + O_2 H^2$$

$$\text{On } O_1 H = C_1 C_2^2$$

$$O_1 O_2 = r_1 + r_2$$

$$O_2 H = r_2 - r_1$$

$$C_1 C_2^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2$$

$$C_1 C_2^2 = r_1^2 + 2r_1 r_2 + r_2^2 - r_1^2 + 2r_1 r_2 - r_2^2$$

$$C_1 C_2^2 = 4r_1 r_2$$

$$C_1 C_2 = 2\sqrt{r_1 r_2}$$

2. On cherche $O_1 O_2$

$$C_1 C_2 = 2\sqrt{r_1 r_2}$$

$$\text{On } C_1 C_2 = O_1 H$$

$$O_2 H = r_2 - r_1$$

On d'après Pythagore

$$(r_2 - r_1)^2 + (2\sqrt{r_1 r_2})^2 = (O_1 O_2)^2$$

On si $O_1 O_2 = r_1 + r_2$ alors ils sont tangente

$$r_2^2 - 2r_1 r_2 + r_1^2 + 4r_1 r_2 = (O_1 O_2)^2$$

$$r_1^2 + 2r_1 r_2 + r_2^2 = (O_1 O_2)^2$$

$$(r_1 + r_2)^2 = (O_1 O_2)^2$$

$$r_1 + r_2 = O_1 O_2$$

B-1.

D'après le théorème de Pythagore

$$CC_2^2 = (R+1)^2 - (R-1)^2$$

$$CC_2^2 = R^2 + 2R + 1 - R^2 + 2R - 1$$

$$CC_2 = 2\sqrt{R}$$

En faisant le même calcul on trouve $CC_1 = 2\sqrt{R}$

Ensuite, on reprend l'égalité de A.1

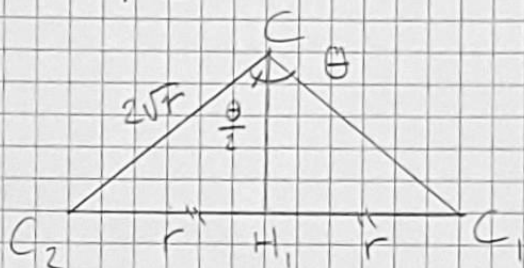
$$\text{avec } r_1 = r_2$$

$$\text{donc } C_1 C_2 = 2\sqrt{R^2} \\ = 2R$$

$$\text{donc } CC_2 = 2\sqrt{R} \quad CC_1 = 2\sqrt{R} \quad C_1 C_2 = 2R$$

donc $CC_1 C_2$ est isocèle en C

2.



$$\text{On a } \frac{R}{2\sqrt{R}} = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\frac{R^2}{4R} = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$R = 4 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Partie 1

Configuration 1

A. 1. On sait que

$$\theta = \frac{360}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{180}{n}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 4 \sin^2\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$\Rightarrow R_n = 4 \sin^2\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$2.1 \quad CC_n^2 = (R_{n+1})^2 - (R_{n-1})^2$$

$$= 16 \sin^4\left(\frac{180}{n}\right) + 8 \sin^2\left(\frac{180}{n}\right) + 1 - 16 \sin^4\left(\frac{180}{n}\right) + 8 \sin^2\left(\frac{180}{n}\right) - 1$$

$$= 16 \sin^2\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$CC_n = 4 \sin\left(\frac{180}{n}\right)$$

B. 1. $\cos(2a) = \cos(a+a)$

$$= \cos(a) \times \cos(a) - \sin(a) \times \sin(a)$$

$$= [\cos^2(a) + \sin^2(a) - 2 \sin^2(a)]$$

$$= 1 - 2 \sin^2(a)$$

On a aussi du coup $\sin^2(a) = \frac{\cos(2a) - 1}{2}$

$$2. R_8 = 4 \sin^2\left(\frac{180}{8}\right)$$

$$= 4 \sin^2\left(\frac{45}{2}\right)$$

$$= 4 \frac{\cos(45) - 1}{2}$$

$$= 4 \times \frac{\sqrt{2} - 1}{4} = \sqrt{2} - 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= 4 \sin^2\left(\frac{120}{2}\right) \\
 &= 4 \sin^2\left(\frac{30}{2}\right) \\
 &= 4 \times \frac{\cos(30) - 1}{2} \\
 &= 4 \times \frac{\sqrt{3} - 1}{4} \\
 &= \sqrt{3} - 1
 \end{aligned}$$

Partie 2

$$\begin{aligned}
 2. \quad CC_2^2 &= (2+1)^2 - (2-1)^2 \\
 &= 9 - 1
 \end{aligned}$$

$$CC_2 = 2\sqrt{2}$$

$$|CC_2| = |C_2C_1|$$

$$C_2(0, 2\sqrt{2}) \quad C_2'(0, -2\sqrt{2})$$

~~3. car il y a 4 boules donc $\theta = \frac{360}{4} = 90$~~

$$2\theta = 180$$

~~donc C_1, C et C_4 sont alignés car séparés de 2θ donc $C_1 \in (CC_4)$.~~

$$\begin{aligned}
 b. \quad CC_1^2 &= (1+1)^2 - (1-1)^2 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$CC_1 = 2$$

a. $C_2C_4C_1'$ et $C_2C_2'C_1$ sont isocèles donc C_1 et C_4 appartiennent à la médiatrice. De plus, C appartient également à la médiatrice car S_2 et S_2' sont de même rayon donc $C_1 \in (CC_4)$ donc $C_1(2, 0)$

4. On sait que si $C_n \cdot C_m = 2\sqrt{R_n R_m}$ alors ils sont tangents

On a $C_4 C_1$, $C_4 C_2$, $C_2 C_1$, $C_1 C_1$ respectivement 4, $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, 2

On cherche $C_4 C_2$ $C_4 C_1$ $C_2 C_1$

$$\underline{AN} : 4^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16 + 8 = 24$$

$$C_4 C_2 = C_4 C_1 = 2\sqrt{6}$$

$$2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 4 + 8 = 12$$

$$C_1 C_2 = C_1 C_1 = 2\sqrt{3}$$

On sait si $C_n C_m = 2\sqrt{R_n R_m}$ alors ils sont tangents

$$\underline{AN} : C_4 C_2 = 2\sqrt{R_4 R_2}$$

$$C_1 C_2 = 2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$2\sqrt{6} \neq 2\sqrt{8}$$

$$2\sqrt{3} \neq 2\sqrt{2}$$

Donc, cela est impossible



NOM : Faustine DELORME, Quentin Fleury, Martin LAU

Prénom :

Feuille annexe à rendre avec la copie

Rappels :

| θ en degré | θ en radian | $\cos \theta$ | $\sin \theta$ |
|-------------------|--------------------|----------------------|----------------------|
| 30° | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 45° | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| 60° | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |

Partie 1 - Question A3

| n | R_n | CC_n |
|-----|-------|-------------|
| 2 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | $2\sqrt{3}$ |
| 4 | 2 | $2\sqrt{2}$ |
| 5 | 1 | 2 |

Partie 1 - Configuration 1 - Question 1 :

